Q0: In ce context folosim algoritmi aproximativi?

* Problemele din NP-hard (cel putin la fel de dificile ca cele din NP-C) nu au algoritmi fezabili (in timp polinomial) pt determinarea optimului. Asa ca una dintre solutiile de compromis ar fi sa gasim o solutie “aproape” optima dar in timp polinomial.

Q1: ce este factorul de aproximare pentru un algoritm?

Fie ALG - solutia noastra, OPT - solutia optima

In cazul unei probleme de minim, o constanta *c* se numeste factor de aproximare daca:

OPT≤ALG≤c\*OPT.

in cazul unei probleme de maxim

OPT≥ALG≥c\*OPT.

Q1.1 In cazul unei probleme de minim: Un algoritm 2-aproximativ poate fi numit 3-aproximativ?

DA!  
Consecinta: pt un ALG sa gasim *c* - cat mai aproape de 1 (tight bound)

Q1.2 Cum putem sa justidicam ca un *c* dat este tight bound?

ar tb sa gasim o intrare *I* astfel incat:

ALG(I) **=** c\*OPT(I)

Probleme:  
1. Avem următorul scenariu: Avem *n* colete de transportat, fiecare avand greutatea de *w1, w2,...,wn.* Pentru a le transporta, putem folosi un număr de camioane, fiecare avand capacitatea de transport *G*. Presupunem că *wi≤G*, pentru orice *i*. Ne dorim sa minimizăm numărul de camioane folosite. Considerăm următorul plan de încărcare a camioanelor:

Odată ce avem la dispoziție un camion pt a fi încărcat, iterăm prin mulțimea coletelor, incărcându-le in camion, până când dăm peste primul colet ce nu mai incape. În acel moment considerat că am terminat de încărcat camionul curent și trecem la următorul camion, prima dată încărcând coletul care nu a mai încăput în cel precedent.

1. Arătați, printr-un exemplu simplu, că metoda de mai sus nu furnizează soluția optimă.
2. Arătați totuși că soluția de mai sus este un algoritm 2-aproximativ pentru problema noastră.

Raspunsuri:

1. G=10

Obiecte: {6,6,6,4,4,4}

ALG: (6); (6); (6;4); (4;4)

Opt: 3\*(6:4)

1. Algoritmul noastru va folosi, dupa caz 2c sau 2c+1 camioane (in functie de paritate).   
   Cert este ca suma cantitatilor transportate de cele ‘c’ perechi complete este >G  
   Cata cantitate transporta toate cele 2\*c (+1) camioane? Suma greutatilor coletelor!  
   Fie W - suma greutatilor coletelor; Deci cele 2\*c(+1) camioane transporta in total W marfa.

Foe OPT numarul minim de camioane ce pot fi folosite pt a transporta toate coletele.

OPT>=W/G

fiecare dintre cele ‘c’ perechi de camioane transporta o cantitate >G

inseamna ca toate cele 2\*c+1 camioane transporta marfa >c\*G

W>c\*G

OPT>=W/G>c; Altfel spus, numarul optim de camioane este >c

adica OPT>=c+1

2OPT>=2c+2>ALG>=OPT;

**2OPT>ALG>=OPT**

2) Dat fiind algoritmul Load-Balance (Cursul 2, slide 19) să se stabilească dacă următoarea afirmație este adevărată sau falsă.

”Pentru orice instanța a problemei de Load-Balace, exista o anumită ordine a procesării activităților astfel încât algoritmul de tip greedy să dea o soluție optimă”

Dacă afirmația este adevărată, oferiți o demonstrație, altfel, găsiți un contraexemplu.

Da - deoarce daca am avea o solutie optima la dispozitie, putem genera o permutare a activitatilor astfel incat pseudocodul de la slide-ul 19 sa obtina fix acea solutie optima.Raspuns:

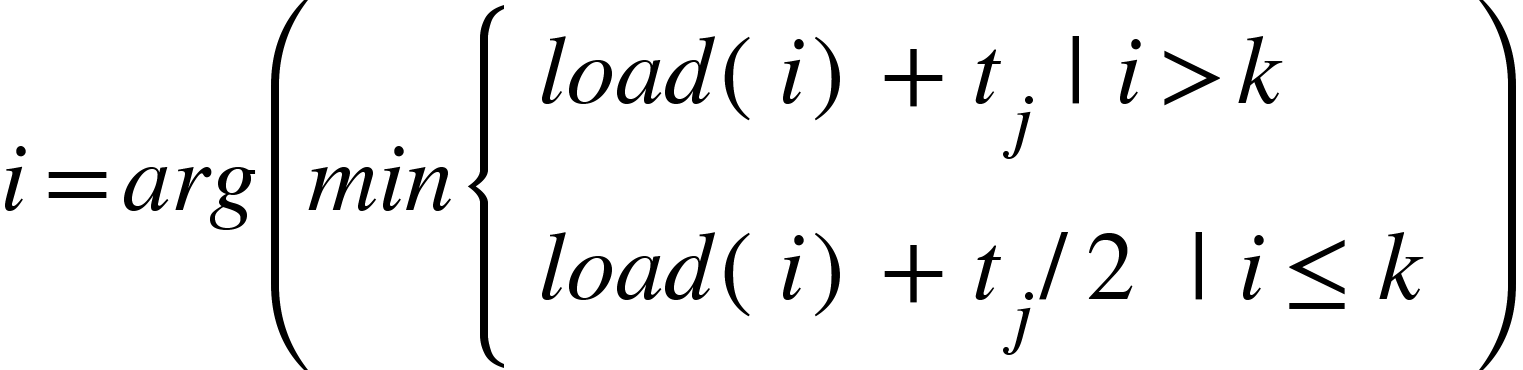
Observatie: Problema incarcarii optime (load balance) este de fapt o problema de permutare!

3) Fie Problema Load Balance, dar cu următoarea modificare: Avem *n* joburi si *m* mașini, doar că pentru primele *k* mașini timpul de lucru al unei activități este înjumătățit. Să se găsească un algoritm bazat pe tehnica greedy care furnizeaza o soluție de cel mult 3xOPT.

Algoritmul:  
Pentru fiecare job j aleg o masina i astfel incat incarcatura finala a ei sa fie cat mai mica.

Adica, j sa se termine cat mai repede.

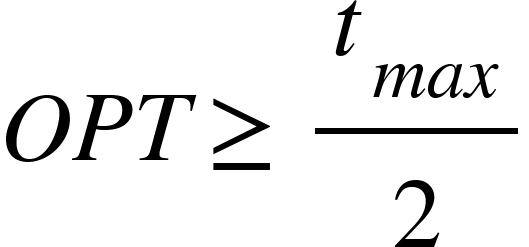
tb sa gasesc



Acel job *j* il adaug peste i-ul gasit.

De ce acest algoritm este 3-aproximativ!

de ce?

Trebuie sa fixam niste lower bounds (LB) pt optim:  


<math xmlns="http://www.w3.org/1998/Math/MathML"><mi>O</mi><mi>P</mi><mi>T</mi><mo>&#x2265;</mo><mfrac><mn>1</mn><mrow><mi>m</mi><mo>-</mo><mi>k</mi><mo>+</mo><mn>2</mn><mi>k</mi></mrow></mfrac><munder><mrow><mo>&#x2211;</mo><msub><mi>t</mi><mi>j</mi></msub></mrow><mrow><mn>1</mn><mo>&#x2264;</mo><mi>j</mi><mo>&#x2264;</mo><mi>n</mi></mrow></munder><mo>=</mo><mi>t</mi><mspace linebreak="newline"/><mi>N</mi><mi>u</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>s</mi><mi>e</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>p</mi><mi>o</mi><mi>a</mi><mi>t</mi><mi>e</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>c</mi><mi>a</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>t</mi><mi>o</mi><mi>a</mi><mi>t</mi><mi>e</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>m</mi><mi>a</mi><mi>sin</mi><mi>i</mi><mi>l</mi><mi>e</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>s</mi><mi>a</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>l</mi><mi>u</mi><mi>c</mi><mi>r</mi><mi>e</mi><mi>z</mi><mi>e</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>m</mi><mi>a</mi><mi>i</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>p</mi><mi>u</mi><mi>t</mi><mi>i</mi><mi>n</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>d</mi><mi>e</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>t</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>u</mi><mi>n</mi><mi>i</mi><mi>t</mi><mi>a</mi><mi>t</mi><mi>i</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>d</mi><mi>e</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>t</mi><mi>i</mi><mi>m</mi><mi>p</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>s</mi><mi>i</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>t</mi><mi>o</mi><mi>t</mi><mi>u</mi><mi>s</mi><mi>i</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>s</mi><mi>a</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>t</mi><mi>e</mi><mi>r</mi><mi>m</mi><mi>i</mi><mi>n</mi><mi>e</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>i</mi><mi>n</mi><mi>t</mi><mi>r</mi><mi>e</mi><mi>g</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>p</mi><mi>r</mi><mi>o</mi><mi>i</mi><mi>e</mi><mi>c</mi><mi>t</mi><mi>u</mi><mi>l</mi><mspace linebreak="newline"/><mi>J</mi><mi>u</mi><mi>s</mi><mi>t</mi><mi>i</mi><mi>f</mi><mi>i</mi><mi>c</mi><mi>a</mi><mi>r</mi><mi>e</mi><mo>:</mo><mspace linebreak="newline"/><mi>p</mi><mi>r</mi><mi>e</mi><mi>s</mi><mi>u</mi><mi>p</mi><mi>u</mi><mi>n</mi><mi>e</mi><mi>m</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>c</mi><mi>a</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>p</mi><mi>t</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>a</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>t</mi><mi>e</mi><mi>r</mi><mi>m</mi><mi>i</mi><mi>n</mi><mi>a</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>i</mi><mi>n</mi><mi>t</mi><mi>r</mi><mi>e</mi><mi>g</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>p</mi><mi>r</mi><mi>o</mi><mi>i</mi><mi>e</mi><mi>c</mi><mi>t</mi><mi>u</mi><mi>l</mi><mo>&#xA0;</mo><munder><mrow><mo>&#x2211;</mo><msub><mi>t</mi><mi>j</mi></msub></mrow><mrow><mn>1</mn><mo>&#x2264;</mo><mi>j</mi><mo>&#x2264;</mo><mi>n</mi></mrow></munder><mo>&#xA0;</mo><mo>,</mo><mo>&#xA0;</mo><mi>i</mi><mi>e</mi><mi>c</mi><mi>a</mi><mi>r</mi><mi>e</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>m</mi><mi>a</mi><mi>sin</mi><mi>a</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>l</mi><mi>u</mi><mi>c</mi><mi>r</mi><mi>e</mi><mi>a</mi><mi>z</mi><mi>a</mi><mo>&#xA0;</mo><mo>&lt;</mo><mi>t</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>u</mi><mi>n</mi><mi>i</mi><mi>t</mi><mi>a</mi><mi>t</mi><mi>i</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>d</mi><mi>e</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>t</mi><mi>i</mi><mi>m</mi><mi>p</mi><mspace linebreak="newline"/><mi>a</mi><mi>t</mi><mi>u</mi><mi>n</mi><mi>c</mi><mi>i</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>d</mi><mi>a</mi><mi>c</mi><mi>a</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>f</mi><mi>i</mi><mi>e</mi><mi>c</mi><mi>a</mi><mi>r</mi><mi>e</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>m</mi><mi>a</mi><mi>sin</mi><mi>a</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>a</mi><mi>r</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>l</mi><mi>u</mi><mi>c</mi><mi>r</mi><mi>a</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>m</mi><mi>a</mi><mi>i</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>m</mi><mi>u</mi><mi>l</mi><mi>t</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>d</mi><mi>e</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>t</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>u</mi><mi>n</mi><mi>i</mi><mi>t</mi><mi>a</mi><mi>t</mi><mi>i</mi><mo>,</mo><mo>&#xA0;</mo><mi>a</mi><mi>r</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>l</mi><mi>u</mi><mi>c</mi><mi>r</mi><mi>a</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>m</mi><mi>a</mi><mi>i</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>m</mi><mi>a</mi><mi>u</mi><mi>l</mi><mi>t</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>e</mi><mi>c</mi><mi>a</mi><mi>t</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>t</mi><mi>i</mi><mi>m</mi><mi>p</mi><mi>u</mi><mi>l</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>n</mi><mi>e</mi><mi>c</mi><mi>e</mi><mi>s</mi><mi>a</mi><mi>r</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>p</mi><mi>r</mi><mi>o</mi><mi>i</mi><mi>e</mi><mi>c</mi><mi>t</mi><mi>u</mi><mi>l</mi><mi>u</mi><mi>i</mi><mspace linebreak="newline"/><munder><mrow><mo>&#x2211;</mo><msub><mi>t</mi><mi>j</mi></msub></mrow><mrow><mn>1</mn><mo>&#x2264;</mo><mi>j</mi><mo>&#x2264;</mo><mi>n</mi></mrow></munder><mo>=</mo><mfenced><mrow><mi>m</mi><mo>-</mo><mi>k</mi><mo>+</mo><mn>2</mn><mi>k</mi></mrow></mfenced><mi>t</mi><mo>=</mo><mfenced><mrow><mi>m</mi><mo>-</mo><mi>k</mi></mrow></mfenced><mi>t</mi><mo>+</mo><mn>2</mn><mi>k</mi><mi>t</mi><mo>&gt;</mo><munder><mrow><mo>&#x2211;</mo><msub><mi>t</mi><mi>j</mi></msub></mrow><mrow><mn>1</mn><mo>&#x2264;</mo><mi>j</mi><mo>&#x2264;</mo><mi>n</mi></mrow></munder><mo>&#xA0;</mo><mi>c</mi><mi>o</mi><mi>n</mi><mi>t</mi><mi>r</mi><mi>a</mi><mi>d</mi><mi>i</mi><mi>c</mi><mi>t</mi><mi>i</mi><mi>e</mi><mo>!</mo><mspace linebreak="newline"/></math>

<math xmlns="http://www.w3.org/1998/Math/MathML"><mi>f</mi><mi>i</mi><mi>e</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>q</mi><mo>&#xA0;</mo><mo>-</mo><mo>&#xA0;</mo><mi>a</mi><mi>c</mi><mi>t</mi><mi>i</mi><mi>v</mi><mi>i</mi><mi>t</mi><mi>a</mi><mi>t</mi><mi>e</mi><mi>a</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>c</mi><mi>a</mi><mi>r</mi><mi>e</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>v</mi><mi>a</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>d</mi><mi>a</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>l</mi><mi>o</mi><mi>a</mi><mi>d</mi><mo>-</mo><mi>u</mi><mi>l</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>m</mi><mi>a</mi><mi>x</mi><mi>i</mi><mi>m</mi><mspace linebreak="newline"/><mi>p</mi><mo>&#xA0;</mo><mo>-</mo><mo>&#xA0;</mo><mi>m</mi><mi>a</mi><mi>sin</mi><mi>a</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>p</mi><mi>e</mi><mi>s</mi><mi>t</mi><mi>e</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>c</mi><mi>a</mi><mi>r</mi><mi>e</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>s</mi><mi>e</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>v</mi><mi>a</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>a</mi><mi>s</mi><mi>e</mi><mi>z</mi><mi>a</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>a</mi><mi>c</mi><mi>t</mi><mi>i</mi><mi>v</mi><mi>i</mi><mi>t</mi><mi>a</mi><mi>t</mi><mi>e</mi><mi>a</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>q</mi><mo>.</mo><mspace linebreak="newline"/><mi>l</mi><mi>o</mi><mi>a</mi><mi>d</mi><mo>'</mo><mfenced><mi>p</mi></mfenced><mo>-</mo><mi>l</mi><mi>o</mi><mi>a</mi><mi>d</mi><mi>u</mi><mi>l</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>m</mi><mi>a</mi><mi>sin</mi><mi>i</mi><mi>i</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>p</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>i</mi><mi>m</mi><mi>e</mi><mi>d</mi><mi>i</mi><mi>a</mi><mi>t</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>i</mi><mi>n</mi><mi>a</mi><mi>i</mi><mi>n</mi><mi>t</mi><mi>e</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>d</mi><mi>e</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>a</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>v</mi><mi>e</mi><mi>n</mi><mi>i</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>q</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>p</mi><mi>e</mi><mi>s</mi><mi>t</mi><mi>e</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>e</mi><mi>a</mi><mo>.</mo><mspace linebreak="newline"/><mi>A</mi><mi>L</mi><mi>G</mi><mo>=</mo><mi>l</mi><mi>o</mi><mi>a</mi><mi>d</mi><mo>'</mo><mfenced><mi>p</mi></mfenced><mo>+</mo><mfenced open="{" close=""><mtable columnalign="left"><mtr><mtd><msub><mi>t</mi><mi>q</mi></msub><mo>&#xA0;</mo><mi>d</mi><mi>a</mi><mi>c</mi><mi>a</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>p</mi><mo>&gt;</mo><mi>k</mi></mtd></mtr><mtr><mtd><msub><mi>t</mi><mi>q</mi></msub><mo>/</mo><mn>2</mn><mo>&#xA0;</mo><mi>d</mi><mi>a</mi><mi>c</mi><mi>a</mi><mo>&#xA0;</mo><mi>p</mi><mo>&#x2264;</mo><mi>k</mi><mo>&#xA0;</mo><mo>&#xA0;</mo></mtd></mtr></mtable></mfenced><mspace linebreak="newline"/><mi>A</mi><mi>L</mi><mi>G</mi><mo>&#x2264;</mo><mi>l</mi><mi>o</mi><mi>a</mi><mi>d</mi><mo>'</mo><mfenced><mi>p</mi></mfenced><mo>+</mo><msub><mi>t</mi><mi>q</mi></msub><mo>&#x2264;</mo><mfrac><mn>1</mn><mrow><mi>m</mi><mo>-</mo><mi>k</mi><mo>+</mo><mn>2</mn><mi>k</mi></mrow></mfrac><munder><mo>&#x2211;</mo><mrow><mn>1</mn><mo>&#x2264;</mo><mi>j</mi><mo>&#x2264;</mo><mi>n</mi></mrow></munder><msub><mi>t</mi><mi>j</mi></msub><mo>&#xA0;</mo><mo>+</mo><mo>&#xA0;</mo><mn>2</mn><mo>&#xB7;</mo><mfrac><msub><mi>t</mi><mi>q</mi></msub><mn>2</mn></mfrac><mspace linebreak="newline"/><mo>&#xA0;</mo><mo>&#xA0;</mo><mo>&#xA0;</mo><mo>&#xA0;</mo><mo>&#xA0;</mo><mo>&#xA0;</mo><mo>&#xA0;</mo><mo>&#xA0;</mo><mo>&#xA0;</mo><mo>&#xA0;</mo><mo>&#xA0;</mo><mo>&#x2264;</mo><mi>L</mi><mi>B</mi><mo>+</mo><mn>2</mn><mo>&#xB7;</mo><mfrac><msub><mi>t</mi><mrow><mi>m</mi><mi>a</mi><mi>x</mi></mrow></msub><mn>2</mn></mfrac><mo>=</mo><mi>L</mi><mi>B</mi><mo>+</mo><mn>2</mn><mo>&#xB7;</mo><mi>L</mi><mi>B</mi><mo>=</mo><mn>3</mn><mo>&#xB7;</mo><mi>L</mi><mi>B</mi><mo>&#x2264;</mo><mn>3</mn><mi>O</mi><mi>P</mi><mi>T</mi><mspace linebreak="newline"/></math>